o j • - • <** b^2 c^z ,. •
i • r
Se, dopo aver sostituito in essa—, —, —, al posto di x_9 *y,* *%>* ^{Sl} moltipli-
x *y* ^

cherà l'equazione trasformata per $x^p y^* £$ è chiaro che tutti i divisori scompariranno e che il risultato sarà del grado ^-f-tf + r— *n.* Ora il massimo valore degli esponenti *p, q, r è n,* dunque il massimo valore di £ -f~ ? ~i~ ^{r} —^{n} & 2>n.

Ma per meglio vedere da che propriamente dipenda l'ordine della curva trasformata è opportuno ricorrere alle seguenti considerazioni.

Sia r la curva data dell'ordine *n, R* una retta qualunque, T^f la curva corrispondente di T, *R'* la conica (circoscritta al triangolo *ABC')* corrispondente di *R.*

Siccome il lato *B C* ha *n* punti comuni con r, a ciascuno dei quali (Art. Vili) corrisponde *A*| cosi la curva r' passa *n* volte per *A.* Altrettanto si dica degli altri due vertici del triangolo fondamentale.

La curva F è incontrata da *R* in *n* punti, ai quali corrispondono altrettanti punti comuni a F' ed a *R'.* Ma queste due ultime linee passano per ciascun vertice del triangolo fondamentale l'una *n* volte, l'altra una volta, dunque i vertici di questo triangolo tengono luogo di 3 ?z intersezioni di F' con R^r. Dunque il numero totale delle intersezioni di queste due ultime linee è 3 *n* 4- *n* = 472, ed essendo *R'* di 2° ordine, F" sarà dell'ordine *2n.*

Supponiamo che la data curva F passi oc volte per *A,* p volte per 5, y volte per C. Allora la curva F' si decomporrà in a. rette coincidenti in *B* C, p rette coincidenti in *C A,* y rette coincidenti in *AB,* ed una curva dell'ordine *211* — (a -(- (i -j- Y)- D-lato *B C* incontra la curva F in *n* — (P -f- y) punti, se si fa astrazione dai punti multipli *B* e C, ed a questi *n* — (fi -f- y) punti corrisponde il punto *A,* come punto multiplo dell'ordine *n* — (p -j- y) per la curva F'. Dunque questa passa *n* — (fi -f- Y) volte per *A, n* — (y -f- a) volte per *B, n* — (a -j- (i) volte per *C.*

L'ultimo teorema deli'Art. VII può enunciarsi cosi :

Data una retta R ed in essa un punto p, per avere la tangenU alla conica corrispondente R^f nd punto corrispondente p', basta trovare il secondo punto d'intersezione q della retta R colla conica corrispondente alia retta pp'. La retta qp^r e la tangente cercata.

Se il punto *p* è quello in cui la retta *R* incontra uno dei lati del triangolo fondamentale, per es. *B* C, il punto *p'* diventa il vertice *A* opposto a questo lato, e la conica corrispondente alla retta pp^1 è surrogata evidentemente dalla retta coniugata armonica di *pp'* rispetto ai lati del quadrangolo generatore concorrenti in *A.* Questa conjugata armonica è dunque la tangente nel vertice *A* alla conica R^f. Se *p* fosse un punto della curva F ed *R* la tangente a questa in

quel punto, è chiaro che la retta determinata nel modo ora detto sarebbe tangente in *A* ad uno dei rami della curva F'. Ora il lato *B C* ha *n* punti comuni colla curva F, che indicheremo con $i_{1 9}$ z",, . . . i_n : dunque le *n* rette corrugate colle $Ai_{19}Ai_{2}$, ... Ai_n saranno le tangenti agli *n* rami